

# Dimension und Einheit

## Zur Begriffsbestimmung physikalischer Größen

Dr. Helmut Goersch

### Inhalt

1. Vorwort
2. Physikalische Größen
  - 2.1 Allgemeines
  - 2.2 Skalare
  - 2.3 Vektoren
  - 2.4 Tensoren
3. Dimensionen
  - 3.1 Allgemeines
  - 3.2 Basisdimensionen
  - 3.3 Abgeleitete Dimensionen
4. Einheiten
  - 4.1 Allgemeines
  - 4.2 Basiseinheiten
  - 4.3 Abgeleitete Einheiten
  - 4.4 Kohärente Einheiten
5. Beispiele aus der geometrischen Optik
  - 5.1 Brechzahl
  - 5.2 Flächenbrechwert
  - 5.3 Abbildungsmaßstab
  - 5.4 Ablenkungswinkel
  - 5.5 Prismatische Wirkung
6. Beispiele aus der Augenoptik
  - 6.1 Akkommodationserfolg
  - 6.2 ACA-Gradient
  - 6.3 Visus
7. Literaturhinweise
  - 7.1 Gesetze und Verordnungen
  - 7.2 Normen
  - 7.3 Ergänzende Literatur

### 1. Vorwort

Zwei Begebenheiten lieferten den Anstoß zu dieser systematischen Darstellung von Begriffen, deren Kenntnis nötig ist zur korrekten Beschreibung physikalischer Größen im allgemeinen und geometrisch-optischer sowie augenoptischer Größen im besonderen. Zuerst behauptete jemand, es sei Unsinn, den ACA-Gradienten in Zentimetern anzugeben, die richtige „Dimension“ sei Prismendioptrie pro Dioptrie. Und dann wurde die Frage „Wie ist die Einheit des Visus definiert?“ beantwortet mit: „Der Visus hat keine Einheit.“

Was ist nun in diesen Fällen richtig? Um das zu erläutern, muß der wesentliche Unterschied zwischen den Begriffen „Dimension“ und „Einheit“ klargestellt werden. Daß es sich hierbei um zwei unterschiedliche Begriffe handelt, wird leider vielfach (sogar in einigen Lehrbüchern der Physik)

nicht beachtet. Dadurch aber werden Mißverständnisse gefördert, und es entstehen falsche Vorstellungen über manche physikalische Größen.

Auch das Berufsbild des Augenoptikers sollte nicht vergessen werden. Darin heißt es unter anderem im Abschnitt über die Fähigkeiten und Kenntnisse: Grundkenntnisse der Mathematik; der Elektrotechnik, Mechanik und Wärmelehre; Kenntnis der allgemeinen Optik und der Augenoptik sowie der erforderlichen DIN-Vorschriften. Die folgende Darstellung von grundlegenden Begriffen aus der Physik und die Anwendungsbeispiele sollen diese Kenntnisse auffrischen helfen.

### 2. Physikalische Größen

#### 2.1 Allgemeines

Die Physik soll in möglichst einfacher Weise das Naturgeschehen schildern und Zusammenhänge zwischen einzelnen Erscheinungen darstellen. Zu diesem Zweck wurde ein sinnvolles System von Begriffen entwickelt. Im Gegensatz zu manchen Begriffen der Alltagssprache ist ein physikalischer Begriff immer eindeutig, da seine Bedeutung fest verabredet wurde. Jede dieser Verabredungen, die „Definition“ der einzelnen Begriffe, ist in den sogenannten Begriffsnormen des DIN (Deutsches Institut für Normung) niedergelegt.

Begriffe, die zur quantitativen Naturbeschreibung dienen, heißen *physikalische Größen*.

Physikalische Größen sind Begriffe, mit denen Zustände und Vorgänge in der Natur beschrieben und gemessen werden.

Der Wert einer jeden physikalischen Größe, ihr *Größenwert* (Meßwert), ist das Produkt aus einer arithmetischen Größe, dem *Zahlenwert*, und der gewählten *Einheit* für diese Größe.

$$\text{Größenwert} = \text{Zahlenwert} \cdot \text{Einheit}$$

Beispiel für eine Länge:  $l = 7 \text{ m}$ .

Den Größenwert einer physikalischen Größe ermitteln („Die Größe messen“) heißt feststellen, wie oft die gewählte Einheit in der zu messenden Größe enthalten ist. Messen ist also das Vergleichen von *Größen der gleichen Art*. Gleichartige Größen sind daran zu erkennen, daß ihre Addition oder Subtraktion sinnvolle Ergebnisse liefert.

Physikalische Größen gleicher Art sind dadurch gekennzeichnet, daß von ihnen sinnvolle Summen oder Differenzen gebildet werden können.

Beispiel für die Summe zweier Massen:  
 $m_1 + m_2 = 3 \text{ kg} + 4 \text{ kg} = 7 \text{ kg}$ .

Eine Masse und eine Länge als ungleichartige Größen könnten hingegen nicht addiert werden.

Damit beim Rechnen mit physikalischen Größen keine Verwechslungen entstehen, sind bestimmte Buchstaben als Symbole für die einzelnen Größen festgelegt worden. Jeder sollte sich bei der Schreibweise physikalischer Gleichungen an diese Formelzeichen halten. Zum *Beispiel* ist  $n$  für eine Brechzahl genormt oder  $f$  für eine objektseitige Brennweite.

Da eine bestimmte physikalische Größe stets unabhängig von der zu ihrer Messung gewählten Einheit ist, dürften Formeln eigentlich keine Angabe über die Einheit enthalten. Gelegentlich findet sich jedoch diese nicht ganz korrekte Schreibweise, um auf die übliche Wahl bestimmter Einheiten hinzuweisen. Zum *Beispiel*:

$$\text{ACA-Gradient (cm)} = \frac{\text{akkommodative Vergenz (cm/m)}}{\text{Akkommodation (dpt)}}$$

Eine wichtige Unterteilung physikalischer Größen erfolgt in ungerichtete Größen (Skalare) und gerichtete Größen (Vektoren).

## 2.2 Skalare

Einige physikalische Größen sind durch die Angabe ihres Größenwertes bereits vollständig gekennzeichnet. Solche Größen heißen ungerichtete (skalare) Größen oder einfach *Skalare*.

Skalare sind physikalische Größen, die allein durch Zahlenwert und Einheit vollständig beschrieben werden <sup>(1)</sup>.

*Beispiele* für skalare Größen sind: Energie, Zeit, Masse, Temperatur, Brechzahl. Wenn etwa für einen Körper eine Masse von 5 kg (Zahlenwert · Einheit) ermittelt wird, so ist damit alles über die physikalische Größe Masse dieses Körpers gesagt, und seine Wechselwirkung mit anderen Körpern (Massenanziehung) oder sein Widerstand gegen Bewegungsänderungen (Trägheit) kann aus dieser Massenangabe bestimmt werden.

<sup>(1)</sup> Mathematisch ausgedrückt: Skalare sind Größen, deren Darstellung von Koordinaten-Transformationen unabhängig ist.

## 2.3 Vektoren

Bei vielen physikalischen Größen reicht die Angabe ihres Größenwertes jedoch nicht aus, um den Sachverhalt vollständig zu beschreiben. Diese Größen sind erst durch die zusätzliche Angabe einer Richtung ausreichend gekennzeichnet, sie heißen daher gerichtete (vektorielle) Größen oder einfach *Vektoren*.

Vektoren sind physikalische Größen, zu deren vollständiger Beschreibung außer dem Zahlenwert und der Einheit noch eine Richtungsangabe nötig ist <sup>(2)</sup>.

*Beispiele* für Vektoren sind: Weg, Geschwindigkeit, Kraft, Brechwert, Prismatische Wirkung. Wenn etwa die Geschwindigkeit eines Körpers mit 20 m/s (Zahlenwert · Einheit) bestimmt wird, so ist diese Angabe unvollständig. Zwar ist dann bekannt, daß dieser Körper in jeder Sekunde eine Strecke von 20 Metern zurücklegt, aber daraus ist nicht zu ersehen, welche Strecke das ist, denn es fehlt noch die Angabe über die Richtung der Bewegung.

Ein Vektor kann anschaulich durch eine gerichtete Strecke (Pfeil) dargestellt werden. Eine solche gerichtete Strecke ist durch die Koordinaten ihres Anfangs- und Endpunktes in einem bestimmten Koordinatensystem eindeutig festgelegt. Die Differenzen dieser End- und Anfangskoordinaten ergeben die *Komponenten* des Vektors.

Die Komponenten eines Vektors kennzeichnen seine Darstellung in einem gewählten Koordinatensystem.

*Beispiel:* In Abb. 1 sind die Koordinaten des Anfangspunktes  $x_1$  und  $y_1$ , die Koordinaten des Endpunktes  $x_2$  und  $y_2$ . Die Komponente in x-Richtung ist  $x_2 - x_1$ , die Komponente in y-Richtung ist  $y_2 - y_1$ . Ein Übergang von einem in ein anderes Koordinatensystem führt zu veränderten Komponenten.

Zwei Vektoren der gleichen Art dürfen nicht wie Skalare

<sup>(2)</sup> Mathematisch ausgedrückt: Vektoren sind Größen, deren Darstellung sich bei einer Koordinaten-Transformation ändert.

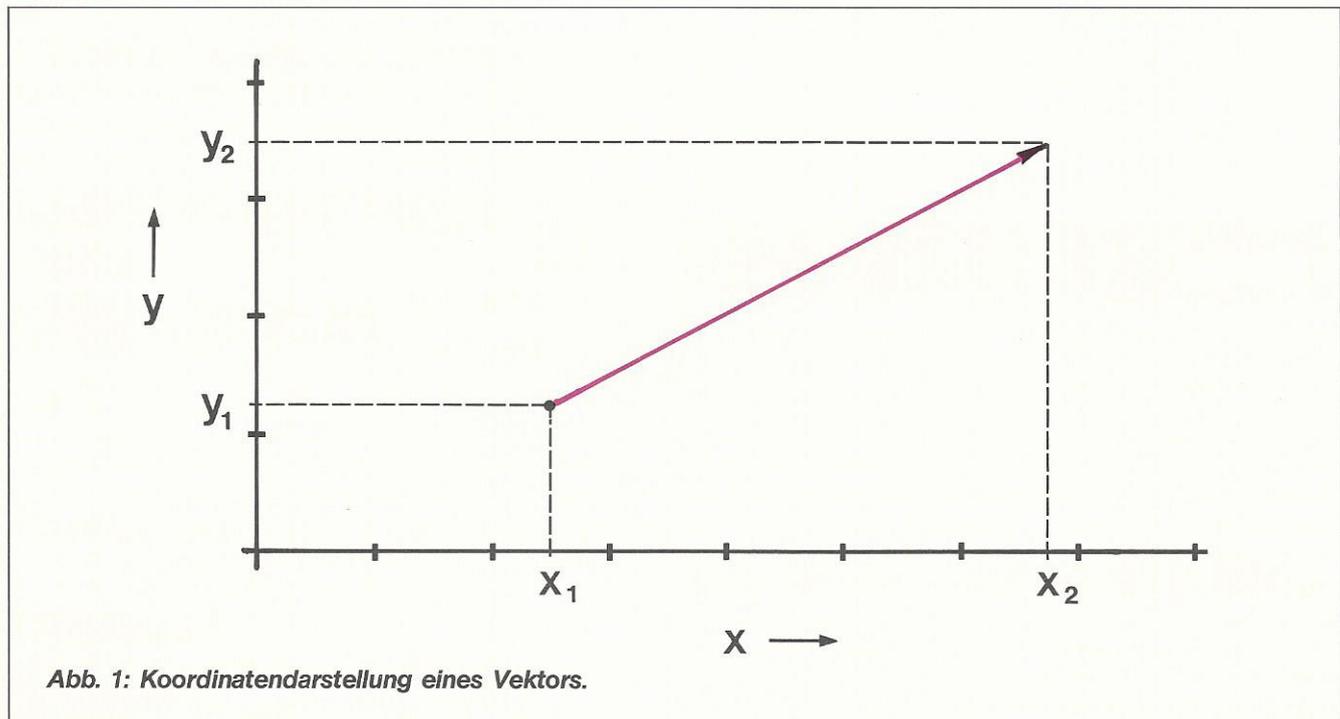


Abb. 1: Koordinatendarstellung eines Vektors.

einfach arithmetisch addiert werden, da sie unterschiedliche Richtungen besitzen können. Die Addition muß hier geometrisch (d. h. unter Berücksichtigung ihrer Richtungen) erfolgen. So kann die Summe zweier Vektoren gleicher Art (zum Beispiel zweier Kräfte oder zweier prismatischer Wirkungen) mit gleichem Größenwert alle Größenwerte zwischen Null und dem doppelten Wert des Einzelvektors liefern, je nach der Richtung der einzelnen Vektoren. Diese Tatsache wird zum *Beispiel* in der Konstruktion von Prismenkompensatoren (Drehprismen, Herschel-Prismen) ausgenutzt. Dabei ist die Richtung der prismatischen Wirkung beider Einzelprismen (die Basislage) so veränderlich, daß die Basislage des Gesamtprismas (die Richtung der resultierenden Wirkung) konstant bleibt, während sich die Stärke der Ablenkung (der Ablenkungswinkel) stetig ändert.

Soll in einer Formel auf den Vektorcharakter physikalischer Größen besonders hingewiesen werden, so kann das durch einen Pfeil über dem Formelzeichen geschehen, zum *Beispiel*  $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$  (Kraft = Masse · Beschleunigung).

## 2.4 Tensoren

Ein höherer Tensor ist eine Verallgemeinerung des Vektorbegriffes. Ein Skalar ist ein Tensor nullter Ordnung, und ein Vektor ist ein Tensor erster Ordnung. Tensoren höherer Ordnung sind hier ohne Interesse.

## 3. Dimensionen

### 3.1 Allgemeines

Das Wort Dimension bedeutete ursprünglich nur geometrische Ausdehnung: Ein Punkt hat die Dimension Null, eine Linie ist eindimensional, eine Fläche zweidimensional und ein Körper dreidimensional. In Anlehnung an diesen Sinn des Wortes wurde die Zeit auch als vierte Dimension bezeichnet.

In der Physik besitzt der Begriff Dimension jedoch eine eigene Bedeutung. Die *Dimension* einer Größe ist diejenige qualitative Eigenschaft, die sich ergibt, wenn Zahlenwert, Richtung und eventuelle Sachbezüge unberücksichtigt bleiben.

Die Dimension einer physikalischen Größe ist ihre qualitative Eigenschaft ohne Berücksichtigung von Zahlenwert, Richtung und Sachbezug.

So haben zum *Beispiel* die Größen Radius, Breite, Tiefe, Höhe, Kurvenstrecke, Brennweite alle gemeinsam die Dimension *Länge*, da es sich hierbei um gleichartige Größen handelt. Physikalische Größen der gleichen Art besitzen immer die gleiche Dimension. Als weiteres *Beispiel* mögen ein Flächenbrechwert und der Brechwert eines optischen Systems dienen; dabei handelt es sich um gleichartige Größen, sie besitzen daher auch die gleiche Dimension, nämlich *reziproke Länge* ( $\text{Länge}^{-1}$ ).

Umgekehrt sind dagegen Größen gleicher Dimension nicht auch notwendigerweise Größen gleicher Art, denn die Art einer physikalischen Größe ergibt sich erst aus ihrer Dimension *und* ihrem Sachbezug. So besitzen zum *Beispiel* die Brennweite eines Auges und der ACA-Gradient des Augenpaares die gleiche Dimension, nämlich *Länge*, es sind aber verschiedenartige Größen, da sie sich auf unterschiedliche Sachverhalte beziehen.

An dieser Stelle soll besonders betont werden, daß der Begriff Dimension *nicht gleichbedeutend* ist mit dem Begriff Einheit.

## 3.2 Basisdimensionen

In einem sinnvollen und praktischen Begriffssystem der Physik sollen alle zur Naturbeschreibung dienenden Größen auf eine möglichst geringe Anzahl von Grundgrößen (Basisgrößen) zurückgeführt werden, die voneinander unabhängig sein müssen. Die Dimensionen solcher Basisgrößen heißen *Basisdimensionen*. Anzahl und Art der Basisgrößen bestimmen ein *Dimensionssystem*. Aus den Basisdimensionen ergeben sich alle weiteren Dimensionen.

Basisdimensionen sind voneinander unabhängige Dimensionen ausgewählter Basisgrößen und bilden ein Dimensionssystem. Aus ihnen werden alle übrigen Dimensionen abgeleitet.

Zum *Beispiel* entspricht dem internationalen Einheitensystem das Dimensionssystem mit den sieben Basisdimensionen Länge, Masse, Zeit, elektrische Stromstärke, thermodynamische Temperatur, Lichtstärke und Stoffmenge (Tabelle 1).

## 3.3 Abgeleitete Dimensionen

Alle abgeleiteten physikalischen Größen ergeben sich aus den Basisgrößen durch bestimmte Definitionsgleichungen oder naturgesetzliche Zusammenhänge. So ist zum *Beispiel* Geschwindigkeit gleich Weg durch Zeit, Beschleunigung gleich Geschwindigkeitsänderung durch Zeit, und Kraft ist gleich Masse mal Beschleunigung. Genauso liefern derartige Zusammenhänge die *abgeleiteten Dimensionen* aus den Basisdimensionen durch Multiplikation, Division und Potenzierung.

Abgeleitete Dimensionen entstehen aus den Basisdimensionen. Sie lassen sich mathematisch als Potenzprodukte der Basisdimensionen darstellen (Dimensionsprodukte).

*Beispiele:* Die Dimension einer Fläche ist  $\text{Länge}^2$ , die Dimension einer Geschwindigkeit ist  $\text{Länge} \cdot \text{Zeit}^{-1}$ , und die Dimension einer Kraft ist das Dimensionsprodukt  $\text{Masse} \cdot \text{Länge} \cdot \text{Zeit}^{-2}$ . Ein Bruch zweier Größen unterschiedlicher Dimension heißt Größenquotient, wobei die Größen in Zähler und Nenner selbst Potenzprodukte sein können.

Einen Sonderfall stellen diejenigen physikalischen Größen dar, bei denen sämtliche Exponenten ihres Dimensionsproduktes Null sind. Solche Größen entstehen meist als Bruch aus zwei Größen mit gleicher Dimension; der Bruch heißt in diesem Fall Größenverhältnis (Verhältnisgröße). Derartige Größen besitzen die *Dimension 1* in Analogie zur mathematischen Tatsache, daß jede von Null verschiedene Zahl hoch Null den Wert 1 ergibt.

Basisdimension	Basiseinheit	
	Name	Zeichen
Länge	das Meter	m
Masse	das Kilogramm	kg
Zeit	die Sekunde	s
Stromstärke (elektrische)	das Ampere	A
Temperatur (thermodynamische)	das Kelvin	K
Lichtstärke	die Candela	cd
Stoffmenge	das Mol	mol

**Tabelle 1: Die SI-Basiseinheiten für die sieben Basisgrößen**

Dimension 1 ist die für eine physikalische Größe abgeleitete Dimension, wenn das Dimensionsprodukt nur aus Basisdimensionen mit dem Exponenten Null besteht.

So besitzt zum *Beispiel* jede Brechzahl die Dimension 1, da sie als Bruch zweier Geschwindigkeiten definiert ist. Weil früher der Exponent selbst als Dimension bezeichnet wurde (vgl. Fläche und Volumen), hießen Größen der Dimension 1 auch „dimensionslos“. Diese nach DIN 1313 unzutreffende Bezeichnungsweise wird auch heutzutage gelegentlich noch verwendet.

## 4. Einheiten

### 4.1 Allgemeines

Während die Dimension einer physikalischen Größe eine rein qualitative Beschreibung liefert, wird eine quantitative Aussage über die Größe erst mit Hilfe einer Einheit möglich. Die Festlegung einer Einheit ist immer willkürlich. Aus der Menge physikalischer Größen der gleichen Art kann ein beliebiger Größenwert als Bezugsgröße gewählt werden, um alle anderen gleichartigen Größen mit dieser *physikalischen Einheit* zu vergleichen.

Physikalische Einheiten sind Bezugsgrößen zur Bestimmung der Zahlenwerte physikalischer Größen der gleichen Dimension<sup>(3)</sup>.

*Beispiele:* siehe Tabelle 1. Physikalische Einheiten können natürliche Größen sein, zum Beispiel ein Tag als Zeiteinheit, oder künstlich geschaffene Größen, zum Beispiel ein bestimmter Metallkörper als Masseinheit.

Der Übergang zwischen verschiedenen Einheiten läßt den Größenwert einer physikalischen Größe unverändert, denn der Zahlenwert verkleinert (bzw. vergrößert) sich dabei um denselben Faktor, um den die neue Einheit größer (bzw. kleiner) ist als die alte. So ist zum *Beispiel* die Geschwindigkeit  $v = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$ , da  $1 \text{ m/s} = 3,6 \text{ km/h}$  ist, oder die Leistung  $P = 69 \text{ kW} = 94 \text{ PS}$ , da  $1 \text{ PS} = 0,735 \text{ kW}$  ist<sup>(4)</sup>.

Zu mancher Verwirrung führte die frühere Vielfalt verschiedener Einheiten für die gleiche Dimension, wie zum *Beispiel* Zoll, Fuß, Elle, Meile als Längeneinheiten, die sich auch noch nach Land und Gebrauchszweck unterschieden. Deshalb wurden einmütige und bindende Absprachen angestrebt, und so gelang schließlich eine weltweite Einigung auf ein bestimmtes System von Basiseinheiten.

### 4.2 Basiseinheiten

Jedes Einheitensystem gründet sich auf eine bestimmte Anzahl verschiedenartiger Basiseinheiten. Die *Basiseinheiten* werden aus der Menge physikalischer Größen der Basisdimensionen ausgesucht und bilden mit ihren Größenwerten die Grundlage sämtlicher Messungen.

Basiseinheiten sind ausgewählte Größenwerte physikalischer Größen der Basisdimensionen<sup>(5)</sup>.

<sup>(3)</sup> Das auch in der Brockhaus-Enzyklopädie von 1971 noch für den Begriff physikalische Einheit verwendete Wort Maßeinheit (Bd. 20, S. 232) soll nach DIN 1301 vermieden werden.

<sup>(4)</sup> Seit 1978 gesetzlich nicht mehr zugelassene Einheiten sind: die Einheit PS, die Einheit Torr für Drücke, die Einheit Kalorie für Energien und andere.

<sup>(5)</sup> Bei der Auswahl von Basiseinheiten bleiben Vektoreigenschaften der Größen unberücksichtigt.

Die im „Internationalen Einheitensystem“ (SI: *Système International d'Unités*) verwendeten sieben Basiseinheiten sind in Tabelle 1 aufgeführt. Durch das „Gesetz über Einheiten im Meßwesen“ ist das SI-System mit seinen Basiseinheiten und den daraus abgeleiteten Einheiten in Deutschland als verbindlich vorgeschrieben.

### 4.3 Abgeleitete Einheiten

Allen abgeleiteten Dimensionen sind entsprechende abgeleitete Einheiten zugeordnet. Diese *abgeleiteten Einheiten* ergeben sich, wenn in den betreffenden Dimensionsprodukten die Basisdimensionen mit den entsprechenden Basiseinheiten vertauscht werden.

Abgeleitete Einheiten gehören zu abgeleiteten Dimensionen und werden dadurch gebildet, daß die Basisdimensionen im jeweiligen Dimensionsprodukt durch die zugehörigen Basiseinheiten ersetzt werden.

Zum *Beispiel* gehört die Einheit  $\text{m}^2$  zur Dimension Fläche, die Einheit  $\text{m/s}$  (bzw.  $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ) zur Dimension Geschwindigkeit  $\text{m/s}^2$  (bzw.  $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ ) zur Beschleunigung und  $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$  zur Kraft. Manche der abgeleiteten Einheiten haben eigene Namen erhalten. So heißt zum *Beispiel* die Einheit für Kräfte Newton ( $1 \text{ N} = 1 \text{ m} \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-2}$ ), die Einheit für Leistungen Watt ( $1 \text{ W} = 1 \text{ m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-3}$ ), und die Einheit für Brechwerte heißt Dioptrie ( $1 \text{ dpt} = 1 \text{ m}^{-1}$ ).

Die zur Messung bestimmter Größen benutzten Einheiten sollen eine zweckmäßige Größenordnung besitzen, um möglichst anschauliche Angaben zu vermitteln. So wäre es zum *Beispiel* unzulässig, die Entfernung zwischen zwei Städten oder die Wellenlänge eines Lichtes in Metern anzugeben, da das im ersten Fall besonders große, im zweiten Fall besonders kleine Zahlenwerte liefern würde. Daher werden auch Vorsilben (Vorsätze) vor den Einheitenamen anstelle bestimmter Zehnerpotenzen des Zahlenwertes benutzt, gewissermaßen als eine Art abgeleiteter Einheiten. Diese Vorsätze sind in Tabelle 2 aufgeführt<sup>(6)</sup>. *Beispiel:*  $10^{-9} \text{ m} = 1 \text{ nm}$ .

Zwei besondere Fälle von abgeleiteten Einheiten ergeben sich für physikalische Größen der Dimension 1. Die zu einem Größenverhältnis gehörige Einheit entsteht als Verhältnis aus den Einheiten von Zählergröße und Nennergröße und heißt *Einheitenverhältnis*. In dem einen Fall werden der Anschaulichkeit halber ungleiche Einheiten in Zähler und Nenner benutzt, wodurch sich ein bestimmtes Einheitenverhältnis ergibt, zum *Beispiel*  $\text{mm/m}$  für eine Dehnung oder  $\text{cm/m}$  für eine prismatische Wirkung. In dem anderen Fall, in dem nicht nur die Dimensionen der Größen in Zähler und Nenner gleich sind, sondern auch die Einheiten, kann dieses Einheitenverhältnis durch die Zahl 1 ersetzt werden.

Sind bei einem Einheitenverhältnis Zählereinheit und Nennereinheit gleich, so kann dieses besondere Einheitenverhältnis durch den Faktor 1 ersetzt werden (Einheit 1).

Einige dieser besonderen Einheitenverhältnisse besitzen eigene Namen. So heißt zum *Beispiel* die Einheit  $\text{m/m}$  für ebene Winkel Radiant (rad), und die Einheit  $\text{m}^2/\text{m}^2$  für Raumwinkel heißt Steradian (sr). Manche Namen für die Größenverhältnisse selbst werden mit den Wörtern Zahl

<sup>(6)</sup> Die Vorsätze werden nicht benutzt für die Winkleinheiten Grad, Minute, Sekunde und nicht für die Zeiteinheiten Minute, Stunde, Tag, Jahr; und sie werden nicht auf die Basiseinheit Kilogramm angewendet, sondern auf die Einheit Gramm.

und Grad gebildet, wie zum *Beispiel* Brechzahl und Reflexionsgrad. Der Größenwert solcher Größen wird meist als reiner Zahlenwert oder auch in Prozent angegeben.

#### 4.4 Kohärente Einheiten

Alle abgeleiteten Einheiten, deren Ableitungsgleichungen außer der Multiplikation, Division und Potenzierung von Basiseinheiten nur den Faktor 1 enthalten, bilden zusammen mit den Basiseinheiten ein sogenanntes *kohärentes Einheitensystem*.

Ein kohärentes Einheitensystem besteht aus den Basiseinheiten und den daraus mit dem Zahlenfaktor 1 vor dem entsprechenden Potenzprodukt abgeleiteten Einheiten.

Ein *Beispiel* für ein solches kohärentes Einheitensystem ist das SI-System, aber die mit Vorsätzen (Tabelle 2) abgeleiteten Einheiten sind keine SI-Einheiten. Zum *Beispiel* sind die Einheiten  $1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m}$  und  $1 \text{ min} = 60 \text{ s}$  keine kohärenten Einheiten und gehören nicht zum SI-System.

### 5. Beispiele aus der geometrischen Optik

#### 5.1 Brechzahl

Durchquert ein Lichtstrahl auf seinem Weg die Grenzfläche zwischen Luft und einem optisch anderen Stoff, so verändern sich dabei immer seine Geschwindigkeit und seine Wellenlänge. Fällt das Licht senkrecht auf die Fläche (Einfallswinkel gleich Null), dann behält es seine Richtung bei, andernfalls ändert sich auch seine Richtung, das Licht wird „gebrochen“. Je mehr sich Geschwindigkeit und Wellenlänge ändern, desto stärker ist auch die „Brechung“ des Lichtes für einen bestimmten Einfallswinkel. Deshalb heißt die Stoffkonstante, die eine solche Änderung von Geschwindigkeit, Wellenlänge und Richtung des Lichtes charakterisiert, die „Brechzahl“ des betreffenden Stoffes. Definiert ist die *Brechzahl* eines Stoffes als das Verhältnis der Geschwindigkeit des Lichtes in Luft zu derjenigen in diesem Stoff.

Die Brechzahl  $n$  eines Stoffes ist das Größenverhältnis zwischen der Lichtgeschwindigkeit  $c$  in Luft und derjenigen  $c_n$  in diesem Stoff: 
$$n = \frac{c}{c_n}$$

Da in diese Definition nur die Größenwerte der beiden Geschwindigkeiten eingehen, ist die Brechzahl ein Skalar.

Faktor, mit dem die Einheit multipliziert wird	Vorsatz	Vorsatzzeichen
$10^{-1}$	Dezi	d
$10^{-2}$	Zenti	c
$10^{-3}$	Milli	m
$10^{-6}$	Mikro	$\mu$
$10^{-9}$	Nano	n
$10^{-12}$	Piko	p

Als Größenverhältnisse besitzen alle Brechzahlen die Dimension 1. Da die Größenwerte beider Geschwindigkeiten üblicherweise in der gleichen Einheit eingesetzt werden (die Einheit selbst ist belanglos), haben Brechzahlen auch die Einheit 1. Aus diesem Grunde werden Brechzahlen als reine Zahlenwerte angegeben. Je geringer die Lichtgeschwindigkeit in einem Stoff ist, desto größer ist die Brechzahl des Stoffes für dieses Licht. Beim Vergleich zweier Stoffe heißt derjenige mit der größeren Brechzahl der optisch dichtere.

Der Zahlenwert von Brechzahlen hängt außer von der Art des betreffenden Stoffes auch von der Frequenz des Lichtes ab.

Diese Frequenzabhängigkeit der Brechzahl wird als Dispersion bezeichnet. Die Art der Definition der Brechzahl hat zur Folge, daß die Brechzahl der Luft für alle Frequenzen gleich 1 ist. Übrigens ist die Frequenz eines Lichtes (und nicht die Wellenlänge) das unveränderliche Kennzeichen der Art des Lichtes. Die Frequenz ist für die Farbpempfindung verantwortlich, die das betreffende Licht im menschlichen Auge auslöst, da sie sich beim Übergang des Lichtes von einem Stoff in einen anderen nicht ändert.

Der Zusammenhang von Lichtgeschwindigkeit  $c$ , Frequenz  $\nu$  und Wellenlänge  $\lambda$  in Luft ist

$$c = \nu \cdot \lambda$$

und in einem beliebigen anderen Stoff mit der Brechzahl  $n$  für das Licht dieser Frequenz  $c_n = \nu \cdot \lambda_n$ . Wegen der Konstanz der Frequenz folgt daraus

$$\frac{c_n}{\lambda_n} = \frac{c}{\lambda} \quad \text{oder} \quad \frac{\lambda}{\lambda_n} = \frac{c}{c_n} = n$$

Beim Durchtritt durch Grenzflächen ändert sich also die Wellenlänge des Lichtes im selben Verhältnis wie seine Geschwindigkeit, und dieses Verhältnis ist durch die Brechzahlen der Stoffe beiderseits der Grenzfläche bestimmt. *Beispiel:* Das Empfindlichkeitsmaximum des menschlichen Auges im photopischen Sehen (Tagessehen) wird für die Wellenlänge  $\lambda = 555 \text{ nm}$  angegeben. Damit ist aber die Wellenlänge in Luft gemeint und nicht diejenige im Auge. Beim Auftreffen auf die Netzhaut beträgt die Wellenlänge solchen Lichtes nur noch  $\lambda_n = 415,4 \text{ nm}$ , da die Brechzahl des Kammerwassers  $n = 1,336$  ist. Doch dieses Licht wird nicht als Violett empfunden, sondern als (Gelb-)Grün aufgrund seiner unveränderlichen Frequenz von  $\nu = 5,4 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ .

Faktor, mit dem die Einheit multipliziert wird	Vorsatz	Vorsatzzeichen
$10^1$	Deka	da
$10^2$	Hekto	h
$10^3$	Kilo	k
$10^6$	Mega	M
$10^9$	Giga	G
$10^{12}$	Tera	T

**Tabelle 2: Die wichtigsten international vereinbarten Vorsätze für Einheiten. (Das Vorsatzzeichen steht ohne Zwischenraum vor dem Einheitenzeichen.)**

## 5.2 Flächenbrechwert

Die Brechung eines Lichtstrahles an der Grenzfläche zwischen zwei optisch unterschiedlichen Stoffen ist nach dem Brechungsgesetz (Snellius) abhängig vom Einfallswinkel des Lichtes und von den Brechzahlen beider Stoffe. Aus der Abhängigkeit vom Einfallswinkel folgt, daß ein Bündel paralleler Lichtstrahlen nur dann auch nach der Brechung weiterhin ein paralleles Strahlenbündel bleibt, wenn die brechende Fläche eine Ebene ist. Denn nur in diesem Fall sind die Einfallswinkel für alle Strahlen des Bündels gleich groß. Bei nicht ebenen Grenzflächen erhalten die einzelnen Strahlen des zuvor parallelen Bündels nach der Brechung unterschiedliche, durch die jeweiligen Einfallswinkel bestimmte Richtungen.

Ist die Grenzfläche ein Stück aus der Oberfläche einer Kugel, so folgt die Lichtbrechung eines parallelen Strahlenbündels mit geringem Querschnitt (Gauß'scher Raum) einer einfachen Gesetzmäßigkeit. Nach der Brechung verlaufen die Strahlen entweder gleichmäßig konvergent oder gleichmäßig divergent, das heißt entweder die Strahlen selbst treffen sich in einem Punkt („reeller“ Schnittpunkt hinter der Fläche) oder ihre rückwärtigen Verlängerungen treffen sich („virtueller“ Schnittpunkt vor der Fläche). Diese Tatsache wird charakterisiert durch den *Flächenbrechwert* sphärischer Flächen (Abb. 2).

Ein Flächenbrechwert  $D$  ist ein Größenquotient aus der Differenz der Brechzahl  $n'$  des Stoffes hinter und derjenigen  $n$  vor einer sphärischen Fläche (Zähler) und dem Radius  $r$  der Fläche (Nenner): 
$$D = \frac{n' - n}{r}$$

Die Brechzahldifferenz ist ein Skalar, der Radius ist ein Vektor (gerichtete Strecke von einem Punkt der Oberfläche zum Mittelpunkt der Kugel) und der Flächenbrechwert ein Vektor, dessen Vektoreigenschaft im Vorzeichen des Größenwertes zum Ausdruck kommt. Da der Radius die Dimension Länge besitzt und jede Brechzahl (und damit auch die Differenz zweier Brechzahlen) die Dimension 1, folgt aus der Gleichung für den Brechwert die Dimension *reziproke Länge* (Länge<sup>-1</sup>). Nach den Ausführungen über abgeleitete Einheiten ergibt sich daraus die SI-Einheit reziprokes Meter (m<sup>-1</sup>). In der Anwendung für Brechwerte<sup>(7)</sup> heißt diese Einheit auch Dioptrie (1 dpt = 1 m<sup>-1</sup>).

<sup>(7)</sup> In der „Ausführungsverordnung zum Gesetz über Einheiten im Meßwesen“ wird der alte Ausdruck Brechkraft benutzt, der nach DIN 58208 jedoch nicht mehr verwendet werden soll.

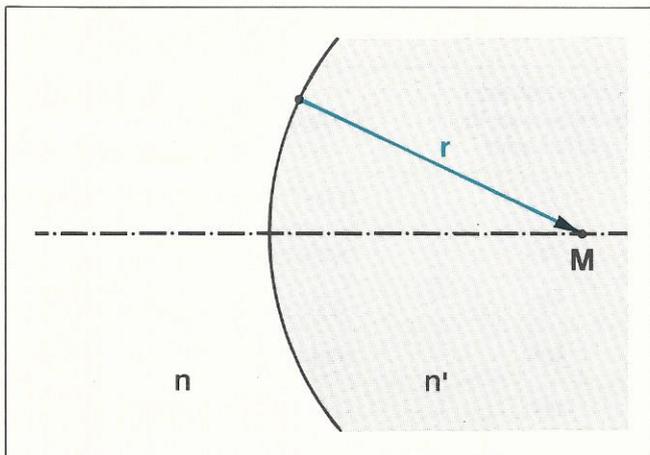


Abb. 2: Zur Definition des Flächenbrechwertes ( $n, n'$ : Brechzahlen,  $r$ : Radius der Kugelfläche,  $M$ : Mittelpunkt der Kugel)

## 5.3 Abbildungsmaßstab

Wird eine senkrecht zur optischen Achse eines optischen Systems gerichtete Strecke (Objekt) durch dieses System abgebildet, so entsteht eine (reelle oder virtuelle) ebenfalls senkrecht zur optischen Achse gerichtete Strecke als Bild dieses Objektes (sofern sich die Abbildung im Gauß'schen Raum abspielt). In den für solche Abbildungen üblichen Strahlengängen wird das Objekt als Vektorpfeil  $y$  dargestellt, das Bild als Vektorpfeil  $y'$  (Abb. 3). Das Verhältnis dieser beiden Größen der Dimension Länge wird als *Abbildungsmaßstab* bezeichnet.

Ein Abbildungsmaßstab  $\beta$  ist ein Größenverhältnis aus Bildgröße  $y'$  und Objektgröße  $y$  bei einer optischen Abbildung unter Berücksichtigung der Richtung beider Größen:

$$\beta = \frac{y'}{y}$$

Als Größenverhältnis besitzt der Abbildungsmaßstab die Dimension 1. Werden Objekt- und Bildlänge in der gleichen Einheit gemessen, dann folgt für  $\beta$  auch die Einheit 1. Da das Bild in gewöhnlichen optischen Systemen dem Objekt entweder entgegengerichtet oder gleichgerichtet ist, kommt die Vektoreigenschaft des Abbildungsmaßstabes nur in seinem Vorzeichen zum Ausdruck.

## 5.4 Ablenkungswinkel

Wird ein Lichtstrahl beim Durchtritt durch eine Grenzfläche zwischen zwei Stoffen aus seiner Richtung abgelenkt, so kann die Richtungsänderung durch den Ablenkungswinkel beschrieben werden. Der *Ablenkungswinkel* ist der Winkel zwischen der in den zweiten Stoff hinein verlängerten ursprünglichen Strahlrichtung und der neuen Strahlrichtung (Abb. 4).

Der Ablenkungswinkel  $\delta$  eines Lichtstrahles ist die Differenz zwischen dem Austrittswinkel  $\varepsilon'$  und dem Eintrittswinkel  $\varepsilon$  an einer Grenzfläche zwischen zwei optisch unterschiedlichen Stoffen:  $\delta = \varepsilon' - \varepsilon$ .

Der Vektorcharakter des Ablenkungswinkels kommt in seinem Vorzeichen zum Ausdruck, wobei eine Ablenkung des Lichtes entgegen dem Uhrzeigersinn die mathematisch positive Richtung darstellt.

Eine konsequente Beachtung der Vorzeichenregeln für Strecken und Winkel in der Optik (Vektoren aufgrund der Lichtrichtung!) erleichtert viele Betrachtungen. So besitzt

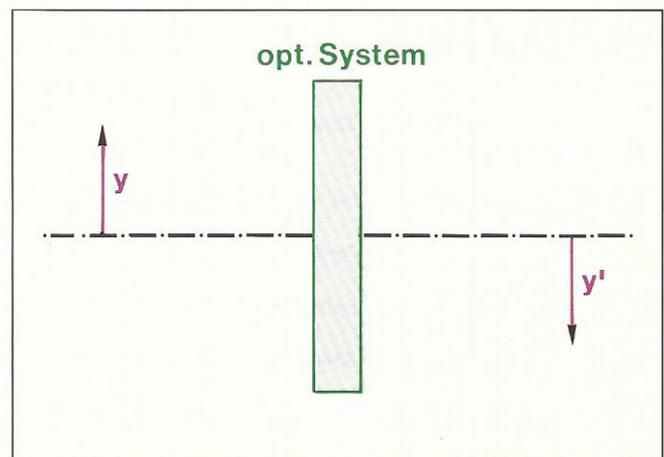


Abb. 3: Vektordarstellung von Objekt  $y$  und Bild  $y'$  bei der Abbildung durch ein optisches System.

auch die Parallelverschiebung eines Strahles beim Durchgang durch eine planparallele Platte ein Vorzeichen.

### 5.5 Prismatische Wirkung

Geht ein Lichtstrahl außerhalb der optischen Mitte durch eine optische Linse (Brillenglas), so erfährt er aufgrund der prismatischen Wirkung an der Durchtrittsstelle eine Ablenkung, bei Linsen mit positivem Brechwert zur optischen Achse hin, bei negativem Brechwert von ihr weg. Der in der Brillenoptik benutzte Begriff *prismatische Wirkung* ist ein Sammelbegriff für die Größe der Ablenkung (prismatische Ablenkung) und deren Richtung (Basislage).

Prismatische Wirkung ist die Zusammenfassung von prismatischer Ablenkung und zugehöriger Basislage.

Die prismatische Ablenkung beschreibt also den Größenwert einer prismatischen Wirkung und die Basislage den Vektorcharakter. Bei dem brillenoptischen Begriff prismatische Ablenkung wird eine Strahlablenkung nicht durch den Ablenkungswinkel selbst beschrieben, sondern durch die in 1 m Entfernung hinter dem Scheitel des Ablenkungswinkels senkrecht zur ursprünglichen Richtung in cm gemessene Verschiebung des Strahles (Abb. 5). Die geometrische Optik liefert die Größe des Ablenkungswinkels  $\delta$  aus den Daten für das Prisma, den umgebenden Stoff und den Einfallswinkel. Die zur Bestimmung der prismatischen Ablenkung benötigte Strecke  $s$  ist die Gegenkathete des Winkels  $\delta$ , die Entfernung  $l$  ist die Ankathete (Abb. 5). Deren Größenverhältnis ist gleich dem Tangens des Winkels  $\delta$ , sofern beide Strecken in der gleichen Einheit gemessen werden. Da die Festlegung der *prismatischen Ablenkung*  $P$  jedoch die Angabe der Gegenkathete  $s$  in cm und der Ankathete  $l$  in m fordert, muß die Beziehung zwischen  $P$  und dem  $\tan\delta$  den Faktor 100 cm/m erhalten (wegen 100 cm = 1 m).

Die prismatische Ablenkung  $P$  ist die in 1 m Abstand gemessene Ablenkung eines Lichtstrahles durch ein Prisma in cm:

$$P = 100 \frac{\text{cm}}{\text{m}} \cdot \tan\delta, \text{ wobei } \delta \text{ der Ablenkungswinkel ist.}$$

Die prismatische Ablenkung ist als Größenverhältnis eine Größe mit der Dimension 1 und besitzt aufgrund ihrer Definition die Einheit cm/m. Der für diese Einheit früher benutzte Name Prismendioptrie ist nicht im „Gesetz über

Einheiten im Meßwesen“ enthalten und daher (in Deutschland) unzulässig. Es ist jedoch offen, ob er vielleicht in ferne Zukunft auf dem Wege über die internationale Normung wieder eingeführt wird.

Eine prismatische Ablenkung kann anschaulich verglichen werden mit der Prozentangabe einer Steigung (oder eines Gefälles) von Straßen. Eine Steigung von 5% bedeutet 5 cm Steigung auf 1 m Wegstrecke. Genauso bedeutet eine prismatische Ablenkung von  $P = 5 \text{ cm/m}$ , daß der Strahl in 1 m Abstand vom Prisma um 5 cm abgelenkt ist, in 2 m Abstand um 10 cm usw.

Die Basislage eines Prismas (die Lage des „dickeren Endes“) bestimmt die Richtung der Strahlablenkung, denn beim Durchgang eines Lichtstrahles durch ein Glasprisma in Luft (allgemein: durch ein im Vergleich zum umgebenden Stoff optisch dichteren Prisma) wird der Strahl zur Basis hin abgelenkt.

Die Basislage kennzeichnet die Vektoreigenschaft einer prismatischen Wirkung und bestimmt die Richtung der Ablenkung eines Lichtstrahles.

## 6. Beispiele aus der Augenoptik

### 6.1 Akkommodationserfolg

Der Einstellpunkt  $E$  eines Auges ist derjenige angeblickte Punkt, der im vorhandenen (beliebigen) Akkommodationszustand scharf auf der Netzhaut des Auges abgebildet wird. Der Abstand dieses Punktes vom objektseitigen Augenhauptpunkt heißt Akkommodationsentfernung  $a_E$ . Die Akkommodationsentfernung ist ein Vektor der Dimension Länge, wobei die Vektoreigenschaft im Vorzeichen der Größe zum Ausdruck kommt (negativ bei „reeller“ Lage des Einstellpunktes vor dem Auge, positiv bei „virtueller“ Lage dahinter). Der Kehrwert der in m gemessenen Akkommodationsentfernung ist die Einstellrefraktion  $A_E = \frac{1}{a_E}$ . Diese ist ebenfalls ein Vektor, sie besitzt die Dimension Länge<sup>-1</sup> und ergibt sich in der Einheit Dioptrie.

Die Gesamtheit aller aufgrund der unterschiedlichen Akkommodationszustände möglichen Einstellpunkte bildet das Akkommodationsgebiet. Im „akkommodationslosen“ Zustand ist ein Auge auf seinen Fernpunkt eingestellt, der die eine Grenze des Akkommodationsgebietes darstellt. Der Abstand des Fernpunktes  $R$  vom objektseitigen Augenhauptpunkt ist der Fernpunktabstand  $a_R$ , sein Kehrwert

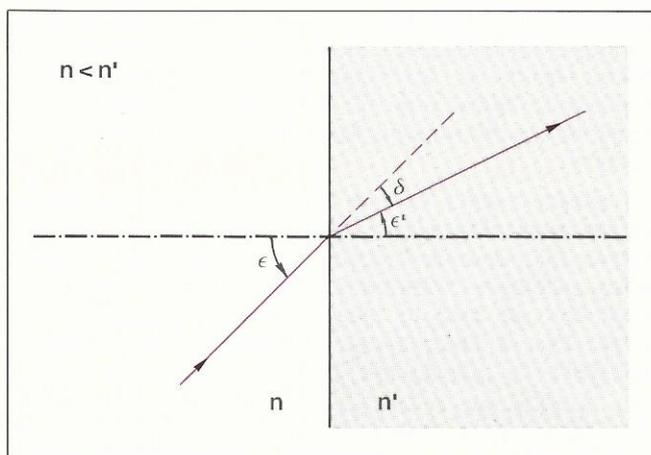


Abb. 4: Beispiel einer Strahlenablenkung mit negativem Ablenkungswinkel  $\delta = \epsilon' - \epsilon$ .

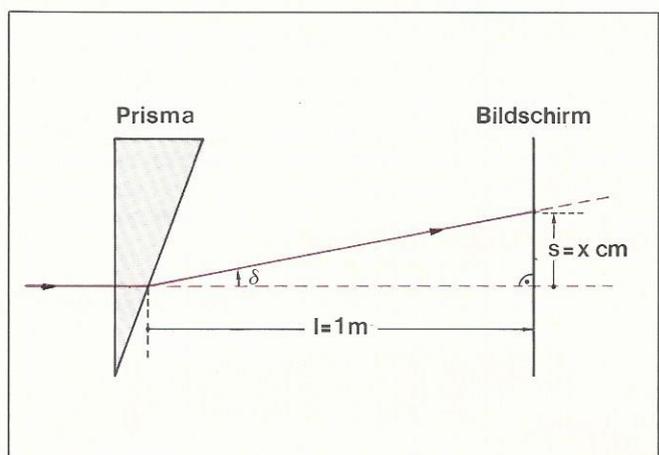


Abb. 5: Prismatische Ablenkung  

$$P = x \frac{\text{cm}}{\text{m}} = 100 \frac{\text{cm}}{\text{m}} \cdot \tan\delta.$$

wert die Fernpunktrefraktion  $A_R = \frac{1}{a_R}$ . Da der Fernpunkt ein Einstellpunkt ist, gelten auch für den Fernpunkt Abstand und die Fernpunktrefraktion die obigen Feststellungen über Vektoreigenschaft, Dimension und Einheit. Bei einer Refraktionsbestimmung wird übrigens in der Regel nicht die Fernpunktrefraktion selbst ermittelt, sondern der Scheitelbrechwert des in einem bestimmten Hornhaut-Scheitelabstand (HSA) vollkorrigierenden Brillenglases. Aus diesem Scheitelbrechwert und dem HSA kann dann die Fernpunktrefraktion errechnet werden.

Beim Vorgang der Akkommodation wird der Brechwert des Auges vergrößert, wodurch sich sein Einstellpunkt in Lichtrichtung verschiebt. Der Unterschied zwischen der Fernpunktrefraktion und der nach erfolgter Akkommodation erreichten Einstellrefraktion wird als *Akkommodationserfolg* definiert.

Der Akkommodationserfolg  $\Delta A$  eines Auges ist die Differenz zwischen Fernpunktrefraktion  $A_R$  und Einstellrefraktion  $A_E$ :

$$\Delta A = A_R - A_E$$

Da die Verschiebung des Einstellpunktes durch Akkommodation immer in Lichtrichtung erfolgt, ist  $A_E$  immer mathematisch kleiner als  $A_R$ , wodurch der Akkommodationserfolg seiner Definition nach immer positiv ist. Hier wird also die Differenz zweier Vektoren derart gebildet, daß die Vektoreigenschaft nicht mehr zu erkennen ist. Der Akkommodationserfolg besitzt die Dimension Länge<sup>-1</sup>, und sein Größenwert wird in der Einheit Dioptrie angegeben. Stellt sich zum *Beispiel* ein rechtsichtiges Auge ( $A_R = 0$  dpt) auf einen 0,5 m vor dem Auge befindlichen Punkt ein ( $a_E = -0,5$  m und  $A_E = -2$  dpt), dann ist sein Akkommodationserfolg  $\Delta A = 0$  dpt - (-2 dpt) = 2 dpt. Der Akkommodationserfolg eines zwei Dioptrien übersichtigen (unkorrigierten) Auges ( $A_R = +2$  dpt) bei Einstellung auf einen ebenfalls in  $a_E = -0,5$  m befindlichen Objektpunkt ist  $\Delta A = +2$  dpt - (-2 dpt) = 4 dpt.

Mit maximaler Akkommodation wird der Endpunkt des Akkommodationsgebietes erreicht. Dieser Einstellpunkt heißt Nahpunkt P, seine Entfernung vom objektseitigen Augenhauptpunkt ist der Nahpunkt Abstand  $a_P$  und dessen Kehrwert die Nahpunktrefraktion  $A_P = \frac{1}{a_P}$ . Damit ergibt sich der maximale Akkommodationserfolg  $\Delta A_{\max} = A_R - A_P$ , der auch vielfach als Akkommodationsbreite bezeichnet wird.

## 6.2 ACA-Gradient

Mit zunehmender Akkommodation eines Augenpaares ist innervatorisch eine Konvergenz gekoppelt, mit nachlassender Akkommodation (Desakkommodation) eine entsprechende Divergenz. Wegen der Ursache einer solchen Vergenz wird sie als *akkommodative Vergenz* bezeichnet. Die mit jeder Dioptrie Akkommodation verbundene akkommodative Vergenz wird *ACA-Gradient* genannt.

Der ACA-Gradient eines Augenpaares gibt diejenige akkommodative Vergenz an, die mit der Änderung des Akkommodationszustandes um eine Dioptrie gekoppelt ist:

$$\text{ACA-Gradient} = \frac{\text{akkommodative Vergenz}}{\text{Änderung des Akkommodationszustandes}}$$

Jede Vergenz eines Augenpaares ist ein Vektor, wobei die Vektoreigenschaft wiederum nur im Vorzeichen der Größe

zum Ausdruck kommt (Konvergenz ist eine positive Vergenz, Divergenz eine negative). Da eine Vergenz den Vorgang einer Änderung der Vergenzstellung der Augen beschreibt, besitzt sie wie die Vergenzstellung (als Winkelgröße) die Dimension 1. Die in der Optometrie für Vergenzen übliche Einheit ist cm/m (vgl. Abschnitt 5.5). Eine Änderung des Akkommodationszustandes eines Augenpaares ist eine Brechwertänderung und als solche ein Vektor mit der Dimension Länge<sup>-1</sup>, und sie wird in der Einheit Dioptrie gemessen. Beim ACA-Gradienten wird also eine Größe der Dimension 1 geteilt durch eine Größe der Dimension Länge<sup>-1</sup>, woraus sich für den *ACA-Gradienten* die *Dimension Länge* ergibt. Die zugehörige Einheitsgleichung liefert

$$\frac{1 \text{ cm/m}}{1 \text{ dpt}} = \frac{1 \text{ cm/m}}{1 \text{ m}^{-1}} = 1 \frac{\text{cm}}{\text{m}} \cdot 1 \text{ m} = 1 \text{ cm.}$$

Es ist also richtig, den ACA-Gradienten in der *Einheit Zentimeter* anzugeben. Genauso richtig ist es aber auch, die Einheit als  $\frac{\text{cm/m}}{\text{dpt}}$  zu schreiben (alte Bezeichnungsweise: Prismendioptrie durch Dioptrie), aber das ist die Einheit und nicht die Dimension (vgl. die im Vorwort geschilderte Aussage).

Da mit einer Vergrößerung der Augenbrechwerte immer eine positive Vergenz der Augen verbunden ist und mit einer Wiederabnahme der Brechwerte eine negative Vergenz, ist der ACA-Gradient stets positiv. Dadurch ist die Vektoreigenschaft der Zähler- und Nennergröße im ACA-Gradienten selbst nicht mehr zu erkennen (vgl. Abschnitt 6.1).

Der *ACA-Gradient* besitzt also die *Dimension Länge* und die *Einheit cm*. Hat ein Augenpaar zum *Beispiel* einen ACA-Gradienten von 6 cm, so heißt das, daß mit jeder Dioptrie-Änderung des Akkommodationszustandes eine akkommodative Vergenz von 6 cm/m gekoppelt ist.

## 6.3 Visus

Das Auflösungsvermögen eines Auges beschreibt seine Fähigkeit, Einzelheiten eines Objektes gerade schon als solche zu erkennen. Können Objekteinzelheiten aus einer bestimmten Entfernung nicht wahrgenommen werden, dann ist der Sehwinkel (Knotenpunktswinkel), unter dem diese Einzelheiten dem Auge erscheinen, zu klein. Die Entfernung zwischen dem Auge und dem Objekt muß dann so lange verringert werden, bis der dadurch größer werdende Sehwinkel die Einzelheiten gerade erkennen läßt. Dieser für die betreffende Sehaufgabe kleinstmögliche Sehwinkel dient als Maß für das Auflösungsvermögen des Auges. Die Größe dieses „physiologischen Grenzwinkels“ hängt unter anderem von der Art der zu erkennenden Einzelheit ab. So beträgt er beispielsweise für die getrennte Wahrnehmung zweier Punkte im Normalfall 40 bis 60 Winkelsekunden (Punktsehschärfe) oder für noniusartige gegeneinander verschobene Striche 5 bis 10 Winkelsekunden (Noniensehschärfe).

Für optometrische Zwecke ist der bekannte Landoltring als Normsehzeichen festgelegt worden. Der kleinste Sehwinkel, unter dem die Aussparung („Lücke“) des Ringes in jeder beliebigen Orientierung als solche erkannt wird, dient hier als Maß für das Auflösungsvermögen eines Auges. Das in dieser Weise ermittelte Auflösungsvermögen heißt die „Sehschärfe“ oder der „*Visus*“ des Auges.

Der Visus eines Auges ist sein mit dem Landoltring (Normsehzeichen) gemessenes Auflösungsvermögen.

Sehschärfen sind also Winkelgrößen und besitzen daher die Dimension 1. Winkel sind Größenverhältnisse mit der

SI-Einheit Radiant, die beim Rechnen durch die Zahl 1 ersetzt werden kann ( $1 \text{ rad} = 1 \text{ m/m}$  und  $1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad}$ ).

Für den Visus ist nun als Einheit (Visus 1,0) ein Sehwinkel von einer Winkelminute ( $1'$ ) für die Aussparung des Landoltringes festgelegt worden. Da  $1' = 2,91 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$  ist, gehört anschaulich aus einem Kreis mit dem Radius 1 m ein Kreisbogen von  $2,91 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0,291 \text{ mm}$  Länge zum Visus 1,0. Die Aussparung eines Landoltringes für den Visus 1,0 hat daher bei einer Betrachtungsentfernung von 1 m die Länge 0,291 mm, bei einer Entfernung von 5 m die Länge 1,45 mm, usw. Der Vorteil einer Winkelangabe (hier: Sehwinkel für die Aussparung des Landoltringes) gegenüber der Angabe einer Strecke (hier: Länge der Aussparung) ist immer die Unabhängigkeit von der Entfernung (hier: Betrachtungsentfernung für den Landoltring).

Da nun das Auflösungsvermögen eines Auges dann besser ist (der Visus höher) als bei einem anderen Auge, wenn die Objekteinheiten schon unter einem kleineren Sehwinkel erkannt werden, wird der Kehrwert des Sehwinkels  $\sigma$  als Zahlenwert des Visus  $V$  definiert:

$$V = \frac{1}{\sigma} \cdot \sigma_0 \quad (\text{Größenwert} = \text{Zahlenwert} \cdot \text{Einheit})$$

mit der Einheit  $\sigma_0 = 1'$

Die richtige Antwort auf die im Vorwort erwähnte Frage nach der *Einheit des Visus* lautet also:

Die Einheit des Visus wird durch den Sehwinkel  $1'$  ( $= 2,91 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$ ) für die Aussparung des Landoltringes definiert.

Die in der Norm festgelegten Visusstufen sind in Tabelle 3 zusammengestellt. Die Visuswerte der einzelnen Stufen unterscheiden sich jeweils um den Faktor  $\sqrt[10]{10} = 1,2589$ . Diese logarithmische Abstufung liefert eine physiologisch-optisch gleichwertige Progression.

Visusstufe (Sehschärfe)	Sehwinkel	Sehvermögen
0,05	20'	schwachsichtig (amblyop)
0,063	16'	
0,08	12,5'	
0,1	10'	
0,125	8'	
0,16	6,3'	
0,2	5'	
0,25	4'	
0,32	3,2'	
0,4	2,5'	
0,5	2'	
0,63	1,6'	
0,8	1,25'	ausreichend bis sehr gut
1,0	1'	
1,25	0,8'	
1,6	0,63'	
2,0	0,5'	überdurchschnittlich

**Tabelle 3: Visusstufen nach DIN 58 220 mit den zugehörigen Sehwinkeln für die Aussparung des Landoltringes sowie die optometrische Beurteilung des Sehvermögens.**

## 7. Literaturhinweise

### 7.1 Gesetze und Verordnungen

„Verordnung über das Berufsbild und über die Prüfungsanforderungen im praktischen Teil und im fachtheoretischen Teil der Meisterprüfung für das Augenoptikerhandwerk“ vom 9. August 1976

„Gesetz über Einheiten im Meßwesen“ vom 2. Juli 1969 mit den Änderungsgesetzen vom 6. Juli 1973, 2. März 1974 und 25. Juli 1978

„Ausführungsverordnung zum Gesetz über Einheiten im Meßwesen“ vom 26. Juni 1970 mit den Änderungsverordnungen vom 27. November 1973, 12. Dezember 1977 und 8. Mai 1981

### 7.2 Normen

DIN 1301 „Einheiten“ (1978/1982)

DIN 1304 „Allgemeine Formelzeichen“ (1978/1979)

DIN 1313 „Physikalische Größen und Gleichungen“ (1978)

DIN 1315 „Winkleinheiten“ (1982)

DIN 1335 „Technische Strahlenoptik“ (1975)

DIN 1338 „Formelschreibweise und Formelsatz“ (1977/1980)

DIN 5031 „Strahlenphysik im optischen Bereich und Lichttechnik“ (1976)

DIN 5340 „Begriffe der physiologischen Optik“ (Entwurf 1979)

DIN 58208 „Begriffe und Zeichen bei Brillengläsern in Verbindung mit dem menschlichen Auge“ (1976/1979)

DIN 58220 „Sehschärfebestimmung“ (1974/1980)

Alle Normen im Beuth Verlag, Berlin

### 7.3 Ergänzende Literatur

ARTHUR STRECKER: „Eichgesetz, Einheitengesetz und Durchführungsverordnungen“, Deutscher Eichverlag, Braunschweig, 2. Aufl. (1982)

CHRISTIAN GERTHSEN: „Physik“, Springer-Verlag Berlin (1956)

„Handbuch für Augenoptik“, Herausgeber Carl Zeiss Oberkochen (1977)

WILHELM GATZEN: „Wer hat den Dioptrienwert erfunden?“, der Augenoptiker 1 (1983), 34–35

Anschrift des Verfassers:

Dr. Helmut Goersch  
Staatliche Fachschule für Optik und Fototechnik  
Einsteinufer 43–53  
1000 Berlin 10